УДК 681.51

Онисимчук М.О., студент, керівники **Дубовик В.Г., Лебедєв Л.М.**

Національний технічний університет України "Київський політехнічний університет" Інститут енергозбереження та енергоменеджменту. 03056, м. Київ, вул. Борщагівська,115/3

Візуалізація решітчастих полів вібрації електромеханічних об’єктів

Анотація

Стаття присвячена проблемі дослідження вібрацій електромеханічних об'єктів у всьому спектрі частот. Досліджується можливість зменшення кількості експериментів і спростити процедуру вібродіагностики шляхом переходу від двовимірної площинної інформації тимчасових рядів сигналів датчиків вібрації до об'ємної.

Аннотация

Статья посвящена проблеме исследования вибраций электромеханических объектов во всем спектре частот. Исследуется возможность уменьшения количества экспериментов и упростить процедуру вибродиагностики путем перехода от двумерной плоскостной информации временных рядов сигналов датчиков вибрации к объемной.

Annotation

The article focuses on the study of electromechanical vibrations of objects across the full range of frequencies. The possibility of reducing the number of experiments and Vibration simplify the procedure by moving away from two-dimensional planar time series data of vibration sensor signals to the volume.

Вібрація являє собою механічні коливання, які виникають при роботі електромеханічних об'єктів з неврівноваженими і незбалансованими обертовими органами. До таких об'єктів належать верстати, інструменти, вентиляторні, насосні, компресорні та інші установки. Основними параметрами, що характеризують вібрацію, є: амплітуда (найбільше відхилення від положення рівноваги) А, м; частота коливань f, Гц (число коливань в секунду); коливальна швидкість V, м/с; прискорення коливань W, м/с^2; період коливань Т, сек.

Вимірювальна апаратура що випускається в даний час основана на перетворенні механічних коливань в електричні за допомогою магніто- та п'єзоелектричних датчиків. Сигнали датчиків підсилюють, перетворюють (інтегрують, диференціюють) і подають на реєструючий прилад. Рівні вібрацій контролюють не на кожній окремій частоті, а в деяких смугах (інтервалах) частот октавних і третинннооктавних (у октавних відношення верхніх меж частот до нижньої fв/fн=2, а у третьоктавних $\sqrt[3]{2}$).

При вібродіагностиці електромеханічних об'єктів у всьому спектрі частот доводиться проводити цілий ряд вимірів. Зменшити кількість експериментів і спростити процедуру вібродіагностики можна за допомогою візуалізації полів вібрації інфранизьких частот електромеханічних об'єктів. Візуалізація дозволить звести процедуру вібродіагностики до перегляду полів вібрації на екрані ПК.

Для переходу від двовимірної площинної інформації тимчасових рядів сигналів датчиків вібрації до об'ємної - тривимірних полів формують ряди з часткових сум поділених на кількість їх доданків. Назвемо такі ряди «полінарними інформаційними лініями». Траєкторії руху полінарних інформаційних ліній являє собою інформаційне поле. Таким чином, інформаційне поле являє собою матрицю із стовпців і рядків, в якій полінарні інформаційні лінії це стовпці, а рядки - спектр контрольованих частот $f = 1 / n \, \Delta t$, где n - кількість доданків часткової суми, а Δt - період дискретизації датчика вібрації.

Таким чином, отримавши матрицю ми можемо перейти до побудови тривимірної моделі полів вібрації. Так як тривимірна модель складається з полігонів трикутної форми нам необхідно отриману матрицю точок обробити за допомогою тріангуляції Делоне.

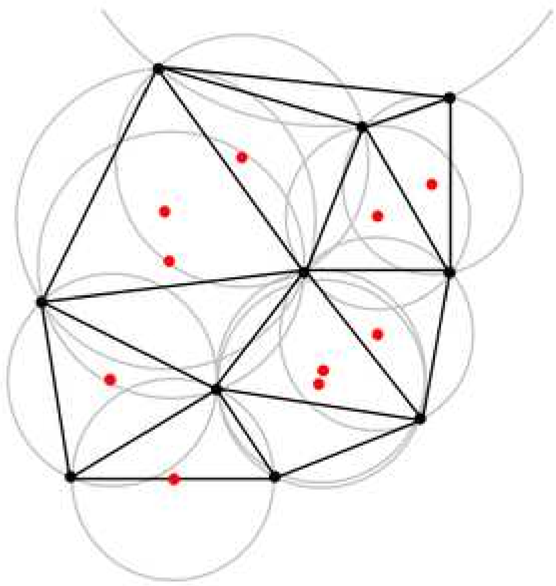
Тріангуляція Делоне для множини точок P на площині — це така тріангуляція DT(P), що жодна точка множини P не знаходиться всередині описаних довкола трикутників кіл в множині DT(P). Тріангуляція Делоне дозволяє якомога зменшити кількість малих кутів. Цей спосіб тріангуляції був винайдений Борисом Делоне в 1934 році.

Базуючись на визначенні Делоне, описане коло трикутника утворене трьома точками з вихідної множини точок називається пустим, якщо воно не містить вершин трикутника інших ніж ті три, що його задають (інші точки допускаються тільки на периметрі кола, але не всередині)

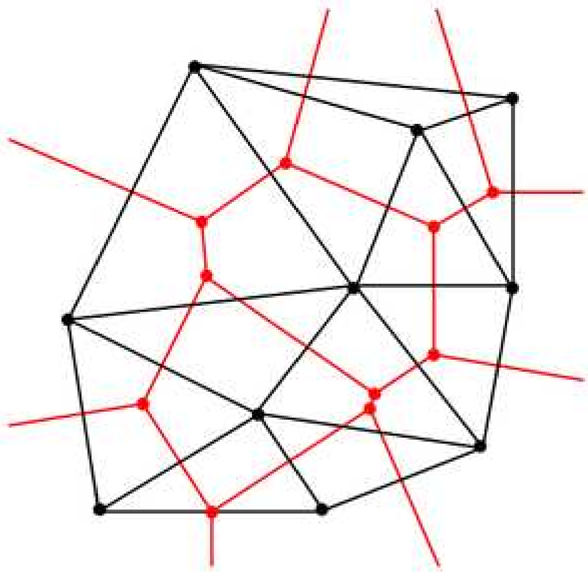
Умова Делоне стверджує, що мережа трикутників є тріангуляцією Делоне, якщо всі описані кола трикутників пусті. Це є початкове визначення для двовимірного простору. Його можна використовувати для тривимірного простору, якщо використовувати описані сфери замість описаних кіл.

Для множини точок на одній лінії тріангуляції Делоне не існує (фактично, поняття тріангуляції для такого випадку невизначене). Для чотирьох точок на одному колі (наприклад прямокутник) тріангуляція Делоне має два випадки, тобто можна розділити цей чотирикутник двома способами, які задовольняють умови Делоне.

Тріангуляція Делоне дискретної множини точок P в загальному випадку відповідає дуальному графу розбиття Вороного для P. Особливі випадки включають існування трьох точок на одній прямій, та чотирьох точок на колі.



Тріангуляція Делоне зі всіма окружностями та їх центрами (червоні).



З'єднання центрів описаних кіл трикутників які мають спільне ребро утворює діаграму Вороного (червона).

Так як ми маємо набір точок не на лощині, а у тривимірному просторі нам необхідно розглянути тріангуляцію Делоне для тривимірного простору.

Для множини P точок тривимірного простору, тріангуляція Делоне це тріангуляція DT(P) така що жодна з точок з P не лежить всередині гіперсфери описаної навколо будь-якого симплексу з DT(P). Відомо що існує єдина тріангуляція Делоне для P, якщо P множина точок в загальній позиції; така що не існує підпростору розмірності k що містить k + 2 точок ні k-сфери що містить k + 3 точок, для $1 \leq k \leq d-1$ (тобто, наприклад для множини точок в R^3 не існує трьох точок що лежать на одній прямій, не існує чотирьох що лежать в одній площині, і жодні п'ять точок не лежать на одній сфері).

Задача знаходження тріангуляції Делоне для множини точок в 3-вимірному просторі може бути зведена до задачі знаходження опуклої оболонки множини точок в $(3+1)$-вимірному просторі, додаючи кожній точці p додаткову координату яка дорівнює $|p|^2$, беручи нижню частину опуклої оболонки, і відображаючи її назад в 3-вимірний простір видаленням останньої координати. Так як опукла оболонка єдина, то тріангуляція теж, припускаючи що всі сегменти опуклої оболонки - симплекси. Несимплексні сегменти з'являються лише коли $3+\ 2$ різних точок лежить на одній гіперсфері, тобто точки не знаходяться в загальній позиції.

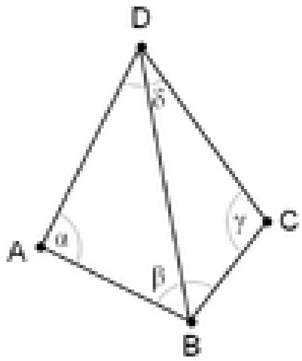
Властивості

Нехай n - кількість точок, а d - розмірність.

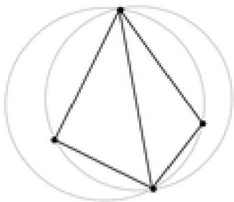
- Об'єднання всіх симплексів в тріангуляції - опукла оболонка точок.
- Тріангуляція Делоне містить щонайбільше $O(n^{d/2})$ симплексів.
- Якщо на площині ($d = 2$), b вершин входять до опуклої оболонки, то будь-яка тріангуляція точок має щонайбільше $2n - 2 - b$ трикутників, і ще одну зовнішню "грань" .
- На площині, кожна вершина має в середньому шість інцидентних трикутників.
- На площині, тріангуляція Делоне максимізує найменший кут. Найменший кут в тріангуляції Делоне, буде не меншим ніж в будь-якій іншій тріангуляції. Правда тріангуляція Делоне не обов'язково мінімізує максимальний кут.
- Коло описане навколо довільного трикутника тріангуляції не містить всередині жодних інших вхідних вершин.
- Якщо коло що проходить через дві вхідні точки не містить всередині жодних інших, тоді сегмент що з'єднує ці дві точки є ребром тріангуляції Делоне цих точок.
- Тріангуляція Делоне множини точок в d-вимірному просторі є проекцією точок опуклої оболонки на $(d + 1)$-вимірнний параболоїд.

Якщо розглядати два трикутники ABD та BCD зі спільним ребром BD (див. малюнки), якщо $\alpha + \gamma \leq 180^o$, трикутники задовольняють умові Делоне.

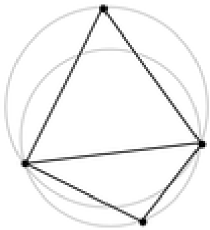
Це важлива властивість, бо дозволяє використовувати техніку *заміни* ребра. Якщо два трикутнкики не задовольняють умові Делоне, заміна спільного ребра BD на ребро AC утворює два інші трикутники які задовольняють умові Делоне:



Тріангуляція не відповідає умові Делоне бо $\alpha + \gamma > 180^o$.



І описані навколо трикутників кола містять більше трьох точок.



Заміна спільного ребра створює для чотирьох точок тріангуляцію що відповідає умові Делоне.

Зауважте, що найменший кут тріангуляції збільшився.

Багато алгоритмів для обчислення тріангуляцій Делоне спираються на швидкі операції для визначення чи точка знаходиться всередині описаного навколо трикутника кола, і ефективних структур даних для зберігання трикутників та ребер. В двовимірному випадку, якщо *D* знаходиться всередині кола описаного навколо *A*, *B*, *C* треба перевірити чи визначник:

$$\begin{vmatrix} A_x & A_y, & A_x^2 + A_y^2, & 1 \\ B_x & B_y, & B_x^2 + B_y^2, & 1 \\ C_x & C_y, & C_x^2 + C_y^2, & 1 \\ D_x & D_y, & D_x^2 + D_y^2, & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_x - D_x, & A_y - D_y, & (A_x^2 - D_x^2) + (A_y^2 - D_y^2) \\ B_x - D_x, & B_y - D_y, & (B_x^2 - D_x^2) + (B_y^2 - D_y^2) \\ C_x - D_x, & C_y - D_y, & (C_x^2 - D_x^2) + (C_y^2 - D_y^2) \end{vmatrix} > 0$$

Коли *A*, *B* та *C* впорядковані проти годинникової стрілки визначник додатній тоді і тільки тоді, коли *D* знаходиться всередині описаного кола.

Як вже згадувалось вище, якщо трикутники не задовольняють умові Делоне, ми можемо замінити ребро. З цього можна вивести очевидний алгоритм: побудувати хоч якусь тріангуляцію, а потім замінювати ребра аж поки вона не буде задовольняти умові Делоне. На жаль, це може зайняти O(n^2) замін ребер, і не узагальнюється на три виміри і більші.

В алгоритмі "розділяй і владарюй", рекурсивно проводять пряму, щоб розділити вершини на дві множини. Для кожної з них будується тріангуляція Делоне, і потім дві тріангуляції зливаються вздовж прямої що їх розділювала. Використовуючи деякі хитрі трюки, операцію злиття можна здійснити за O(*n*), і загальний час побудови буде O(*n* log *n*).

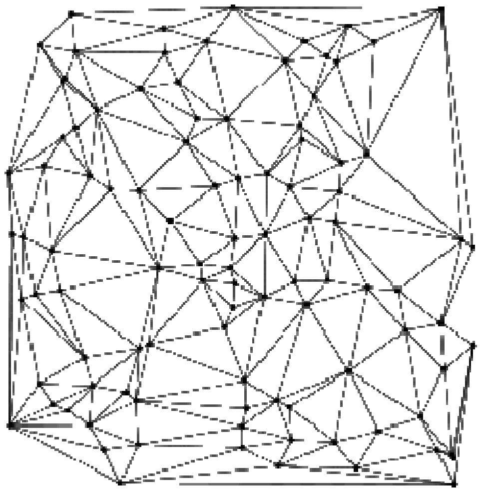
Для деяких видів множин точок, наприклад випадково рівномірно розподілених, розумний вибір розділювальних прямих може зменшити середній час роботи до O(*n* log log *n*), при цьому залишаючи час в найгіршому випадку таким самим.

Парадигма "розділяй і владарюй" для виконання тріангуляцій в *d* вимірах описується в "DeWall: A fast divide and conquer Delaunay triangulation algorithm in E^d".

Показано що "розділяй та владарюй" є найшвидшою технікою генерації тріангуляції

Делоне.

Для моделювання тривимірної поверхні, чи інших об'єктів що задані множиною вибраних точок, тріангуляція Делоне дає гарний набір трикутників для використання як полігони моделі. Зокрема, тріангуляція Делоне уникає вузьких трикутників (з маленькими кутами, бо вони мають великі описані кола, порівняно з власною площею). Дивіться статтю тріангульована нерегулярна мережа .



Тріангуляція Делоне для набору 100 точок площини.

Тріангуляції Делоне часто використовуються для побудови мешів для методу скінченних елементів, через гарні кути, та швидкі алгоритми побудови. Зазвичай, об'єкт для якого потрібно побудувати меш, грубо задається як симпліціальний комплекс; щоб він був чисельно стабільним він має бути уточненим.

Таким чином застосувавши тріангуляцію Делоне для матриці точок у тривимірному просторі ми отримали тривимірну модель полів вібрації, що в подальшому аналізі дає нам змогу робити висновки не по складним і громіздким формулам, а лише по тривимірній моделі полів вібрації.

Висновки

1. Дає можливість зменшити кількість вимірів необхідних для аналізу вібрацій.
2. Зменшити кількість експериментів і спростити процедуру вібродіагностики шляхом візуалізації візуалізації полів вібрації інфранизьких частот електромеханічних об'єктів.
3. Дає змогу аналізувати вібрацію складних технологічних процесів тільки аналізуючи тривимірну модель полів вібрації.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Скворцов А.В. Триангуляция Делоне и ее применение / А.В.Скворцов. – Томск: Изд- во Томского го- сударственного университета, 2002. – 128 с.
2. de Berg, Mark Computational Geometry: Algorithms and Applications, Springer-Verlag, 2008